

2.4 Ασυμπτωτες De L' Hospital

① $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$ Ασυμπτωτες;

ΛΥΣΗ
Κατακορυφές $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{x-1} = \frac{2}{0^-} = -\infty$

Αρα $x=1$ κατακορυφή ασυμπτωτή.

Οριζοντίες $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1}{x-1} = \dots = +\infty$ Αρα όχι

Πλάγια.

$a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1.$

$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - ax = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x-1} - x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2+x+1}{x-1}$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x} = 1$ Αρα $y = x + b$ πλάγια ασυμπτωτή
στο $-\infty$ ομοίως $\nearrow$ στο $+\infty$.

② $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2} = ?$

ΛΥΣΗ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2} \frac{0}{0}$ LH

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x} \frac{0}{0}$ LH $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{2} = \frac{1}{2}.$