

1.2 ① Να βρεις την παράγωγο της συνάρτησης $f(x) = x^2 - x$ στο $x_0 = 2$.

ΛΥΣΗ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x_0 + h)^2 - (x_0 + h) - (x_0^2 - x_0)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{x_0^2} + 2x_0h + h^2 - \cancel{x_0} - h - \cancel{x_0^2} + \cancel{x_0}}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(2x_0 + h - 1)}{h}$$

$$2x_0 + h - 1$$

$$4 + 0 - 1 = 3$$

② Να βρεις την εξίσωση της εφαπτομένης της $f(x) = x^3 + 1$ στο $A(1, f(1))$

ΛΥΣΗ $y = \lambda x + b$ οπώς $\lambda = f'(1)$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x_0 + h)^3 + 1 - x_0^3 - 1}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{x_0^3} + 3x_0^2h + 3x_0h^2 + h^3 + \cancel{1} - \cancel{x_0^3} - \cancel{1}}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(3x_0^2 + 3x_0h + h^2)}{h} = 3x_0^2 + 3x_0h + h^2 = 3 + 0 + 0 = 3$$

Αρα $y = 3x + b$ $A = (1, 2)$

Αρα $2 = 3 \cdot 1 + b \Rightarrow b = -1$

Αρα $y = 3x - 1$